

廢棄物處理

有機廢液焚化之數學模擬

許晉誠* 陳郁文*

摘要

本研究以數學模式模擬廢液液滴在焚化爐內之蒸發時間與速率，利用此模式可計算出液滴蒸發所需之駐留時間，做為設計焚化爐之參考，亦可對固定駐留時間計算最大液滴直徑之容許量。

【關鍵字】

1. 有機廢液(thermal incineration)
2. 熱焚化(organic liquid waste)
3. 數學模式(evaporation)
4. 蒸發(mathematical model)

一、前言

由於環保工作日益受到重視，化工廠的污染防治尤其受到各界矚目，其中有機廢液的處理是大部分小型化工廠所面臨的問題。有機廢液最主要的處理方式是熱焚化法[1-3]。有機廢液以噴嘴噴入焚化爐形成液滴，液滴經高溫揮發成蒸氣後再經與氧氣反應而破壞分解成水與二氧化碳。因此液滴大小與溫度、滯留時間、氧氣濃度是決定焚化效果最主要的因素^[4-7]。

本研究以數學模式模擬液滴蒸發過程，經由此數學模式可計算液滴蒸發所需時間可做為設計有機廢液焚化爐之參考。

*國立中央大學化工系教授

二、數學模式

首先在一進料在高溫下逐漸揮發之系統如圖 1 所示，假設質傳速率為定值，對液滴做質能平衡，以圓柱座標表示之可得下列方程式。質量平衡：

$$\rho_g D_F \frac{d}{dr} \gamma^2 \frac{dY_F}{dr} - \frac{d}{dr} [W'' \gamma^2] Y_F + \gamma^2 W'' = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

能量平衡：

$$kg \frac{d}{dr} \gamma^2 \frac{dT}{dr} - C_g \frac{d}{dr} [W'' r^2] T = \gamma^2 q'' = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

$$\text{對所有的 } r \text{ 其 } W'' \gamma^2 \text{ = 定值。} \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

上述方程式之邊界條件為：

1. 在接觸面，進出之熱通量相等，故：

$$W_w'' Q = kg \frac{d_T}{dr} l_w \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

假設 $\alpha_g = \frac{kg}{\rho_g C_g}$ ，代入方式吾人可得

$$W_w'' = \rho_g \alpha_g \frac{d}{dr} \left(\frac{C_g T}{Q} \right) l_w \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

$$\text{另 } b_T = \frac{C_g (T - T_\infty)}{Q} \text{ 則 } W_w'' = \rho_g \alpha \frac{db_T}{dr} l_w \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

2. 在接觸面進出之質量通量相等，故：

$$W_w'' Y_{FR} = W_w'' Y_{FW} + (-\rho_g D_F \frac{dY_F}{dr}) l_w$$

整理上式可得

$$W_w'' = \rho_g D_F \frac{d}{dr} \left(\frac{Y_F}{Y_{FW} - Y_{FR}} \right) l_w \quad \dots \dots \dots \quad (7)$$

$$\text{令 } b_D = -\frac{Y_F - Y_{F_\infty}}{Y_{FW} - Y_{FR}} \text{ 則式(7)可變為}$$

$$W_w = \left| \rho_g D_F \frac{db_D}{dY} \right| w \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

對一簡單、快速之燃燒反應，其計量式爲：



$$\text{因此, } \frac{-W_F''}{f} = -W_o'' = \frac{W_p''}{1+f} = \frac{q''}{f \cdot \Delta H}$$

將(2)式乘以 ΔH 再加(1)式可得：

$$\rho_g \alpha_g \frac{d}{dr} r^2 \frac{dC_g T}{dr} - [W_w R^2] \frac{dC_g T}{dr} + \rho_g D_F \frac{d}{dr} r^2 \frac{d\Delta H \cdot Y_F}{dr} - [W_w R^2] \frac{d\Delta H \cdot Y_F}{dr} + r^2[q'' + \Delta H W_F''] = 0$$

$$\therefore b_F = \frac{Cg(T - T_{\infty}) + \Delta H(Y_F - Y_{\infty})}{Q + \Delta H(Y_{FW} - Y_{FR})}$$

並假設 $\alpha_g = D_F$ 則上式可化為

$$\rho_g \alpha_g \frac{d}{dr} r^2 \frac{d(C_g T + \Delta H Y_p)}{dr} - [W_w R^2] \frac{d(C_g T + \Delta H Y_F)}{dr} = 0 \quad \dots \quad (11)$$

將式(11)除以 $[Q + \Delta H(Y_{FW} = Y_{FR})]$ ，代入 b_F 可得

$$\rho_g \alpha_g \frac{d}{dr} r^2 \frac{db_F}{dr} - [W_w R^2] \frac{db_F}{dr} = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (12)$$

又邊界條件式(5)與式(7)可寫爲：

$$W_w = \rho_g \alpha_g \frac{d}{dr} \left(\frac{C_g(T - T_\infty)}{Q} \right) |_w \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

$$W_w = \rho_g D_F \frac{d}{dr} \left(\frac{Y_F - Y_{F_\infty}}{Y_{ew} - Y_{ep}} \right) |_w \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

將式(14)乘以 ΔH 後可得

$$W_w \Delta H(Y_{FW} - Y_{FR}) = \rho_g D_F \frac{d \Delta H Y_F}{dr} \Big|_w \quad \dots \dots \dots \quad (15)$$

因為 $\alpha_g = D_F$ ，則式(13)與(15)可寫成

$$W_w'' = \rho_g \alpha_g \frac{db_F}{dr} \Big|_w \quad \dots \dots \dots \quad (16)$$

將式(12)積分可得

其邊界條件爲：

$$\text{當 } r=R \text{ 時 } W_w = \rho_g \alpha_g \frac{db_F}{dr} |_{w_0}, b_F = b_{FW}$$

當 $r = \infty$ 時 $b_E = b_{E_{\infty}} = 0$

將式(17)兩邊同乘以 R^2 後可得

$$R^2 W_w = R^2 \rho_g \alpha_g \frac{db_F}{dr} |_w$$

則 $r=R$ 時 $W_{\infty}R^2 - W_{\infty}R^2 b_{fw} = W_{\infty}R^2[1 - b_{fw}] \equiv C$

將上式代入式(17)後可得

$$\rho_g \alpha_g r^2 \frac{db_F}{dr} - [W_w R^2](b_F - b_{FW} + 1) = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (18)$$

將式(18)分離透變數並重整後可得

$$\frac{db_F}{b_F - b_{FW} + 1} = \frac{W_w'' r^2}{\rho_g \alpha_g} - \frac{dr}{r^2} \quad \dots \dots \dots \quad (19)$$

$$\text{將上式積分後可得 } \ln(b_F - b_{FW} + 1) = -\frac{W_w "R^2}{\rho_g \alpha_g} \cdot \frac{1}{r} + C_2$$

由邊界條件知當 r 為無限大時， $b_F = b_{FW} = 0$ 代入上式可得

$C_2 = l_n(b_{F^\infty} - b_{FW} + 1)$ ，因此上式變為

$$l_n \left[\frac{b_{F_\infty} - b_{FW} + 1}{b_F - b_{FW} + 1} \right] = \frac{W_w "R^2}{\rho_g \alpha_g} \cdot \frac{1}{r} \quad \dots \dots \dots \quad (20)$$

令 $B = b_{F_\infty} b_{FW}$ ，代入上式後可得

$$l_n \frac{B+1}{b_F - b_{FW} + 1} = \frac{W_w "R^2}{\rho_g \alpha_g} \cdot \frac{1}{r} \quad \dots \dots \dots \quad (21)$$

若 $r = R$, $b_F = b_{FW}$, 因此吾人可得

$$W_w'' = \frac{\rho_g \alpha_g}{R} l_n(B+1) \quad \dots \dots \dots \quad (22)$$

由(22)，若B值爲已知就可求得焚化速率 W_w "。

依照上述之方法吾人可對氧做質能平衡式，其中吾人

$$\text{令 } b_o = \frac{C_g(T - T_{\infty}) + \Delta H_f(Y_o - Y_{\infty})}{Q} \quad \dots \dots \dots \quad (23)$$

$$\text{則 } b_{ow} = \frac{C_g(T_w - T_\infty) + \Delta H_f(Y_{ow} - Y_{o\infty})}{Q}$$

$$b_{\infty} = 0$$

$$\text{因此 } B = b_{o\infty} = b_{ow} = \frac{\Delta H_f Y_{o\infty} + C_g(T_\infty - T_B)}{Q}$$

92 有機廢液焚化之數學模擬

假設 $Q \approx L + C_1(T_w - T_r)$, $T_w \approx T_r$, 則吾人可得

$$B \approx \frac{\Delta H_f Y_{\infty} + C_g (T_{\infty} - T_B)}{L + C_1 (T_w - T_r)}$$

由Perry's Handbook可查出各物種元基本性質，並求出值列於表1中。

表1 物質之基本物理性質

	ΔH (kcal/gm)	L (cal/gm)	C_1 (cal/g-°C)	T_b (°C)	f	T_{∞}	B
乙 醇	6.4	200	0.56	78.5	0.53	400	3.84
						600	4.11
						800	4.38
						1000	4.65
丙 酮	7.36	125	0.51	56.7	0.45	400	5.62
						600	6.01
						800	6.41
						1000	6.80
甲 苯	10.16	84	0.39	110.6	0.32	400	4.97
						600	5.34
						800	5.71
						1000	6.07
四氯乙烯	4.8	107.4	0.22	121.2	2.59	400	39.16
						600	39.98
						800	40.80
						1000	41.62
硝基苯	6	79.1	0.36	210.9	0.53	400	5.47
						600	5.90
						800	6.32
						1000	6.75
氯 仿	0.75	59	0.23	61.2	3.2	400	9.8
						600	10.74
						800	11.66
						1000	12.58

$$Y_{\infty} = 0.232$$

$$T = 25^{\circ}\text{C}$$

$$C_s = 0.31 \text{ cal/g-}^{\circ}\text{C}$$

由式(22)中， $d=2R$ 代入之可得

$$W_w = \frac{2 \rho_g \alpha_g}{d} l_n(B+1) \quad \dots \dots \dots \quad (24)$$

其中 d 為液滴直徑，且在 Δt 時間內液滴減少 Δd ，所以上式可化為

$$\frac{\Delta d}{\Delta t} = - \frac{8 \rho_f \alpha_g}{\rho_l} l_n(B+1) \quad \dots \dots \dots \quad (25)$$

$$\text{令 } \lambda \text{ 為揮發常數, } \lambda = \frac{8 \rho_g \alpha_g}{\rho_1} l_n(B+1) \quad \dots \dots \dots \quad (27)$$

當液滴完全揮發時 $d = b$ ，其所需完全揮發時間 t_f 為

$$t_f = \frac{d_o^2}{\lambda} = \frac{\rho_1 d_o^2}{8 \rho_s \alpha_s l_n (B+1)} \quad \dots \dots \dots \quad (28)$$

由式(28)可計算出完全揮發時間 t_f ，由此便可計算出在焚火爐中一定帶留時間內多少時間用於液滴揮發時間，多少時間用於真正反應燃燒時間。亦可利用上式計算液滴在焚化爐內揮發與反應燃燒的總滯留時間做為設計焚化爐的指標。

三、結果與討論

根據上述模式，首先在表 1 中列出六種有機物之基本性質，並求出B值，表 2 由式(27)求得揮發常數 λ ，其值約在 10×10^{-3} 至 $28 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{sec}$ 之間。表 3 與表 4 由式(28)求出在 400 與 $1,000^\circ\text{C}$ 之間， 50 至 $1,000 \mu\text{m}$ 大小的液滴完全揮發的時間，其中丙酮揮發時間最快， $50 \mu\text{m}$ 直徑的液滴僅需 0.001 秒， $1,000 \mu\text{m}$ 直徑之液滴則需 0.39 秒；而氯仿揮發時間最長， $50 \mu\text{m}$ 直徑之液滴須

94 有機廢液焚化之數學模擬

0.0024秒， $1000\mu\text{m}$ 直徑之液滴須達0.95秒。由表5可看出 $\lambda = 10 \times 10^{-3}\text{cm}^2/\text{sec}$ 時， $50\mu\text{m}$ 與 $250\mu\text{m}$ 直徑之液滴在0.1秒時已完全揮發，而 $500\mu\text{m}$ 直徑之液滴在0.1秒後剩下 $387\mu\text{m}$ ，0.3秒後才完全揮發， $750\mu\text{m}$ 直徑之液滴則需0.7秒才能完全揮發。當 $\lambda = 30 \times 10^{-3}\text{cm}^2/\text{sec}$ 時， $500\mu\text{m}$ 直徑以下之液滴在0.1秒已完全揮發， $750\mu\text{m}$ 直徑之液滴須0.3秒， $1000\mu\text{m}$ 直徑之液滴則需0.5秒。

表2 由方程式3-32計算所得之 λ 值

	ρ_t (g/cm ³)	ρ_g (g/cm ³)	k_g (cal/cm·s·°C)	α_g (cm ² /s)	T_∞	$\ln(B+1)$	$\lambda \times 10^{-3}$ (cm ² /s)
乙 醇	0.79	1.88×10^{-3}	4×10^{-4}	0.69	400	1.58	20.76
					600	1.63	21.42
					800	1.68	22.08
					1000	1.73	22.73
丙 酮	0.79	2.37×10^{-3}	4.1×10^{-4}	0.56	400	1.89	25.40
					600	1.95	26.21
					800	2.00	26.88
					1000	2.05	27.55
甲 苯	0.87	3.18×10^{-3}	2.8×10^{-4}	0.28	400	1.79	14.66
					600	1.85	15.15
					800	1.90	15.56
					1000	1.96	16.05
四氯乙烯	1.63	6.78×10^{-3}	3.9×10^{-4}	0.19	400	3.69	20.32
					600	3.71	20.45
					800	3.73	20.57
					1000	3.75	20.70
硝基苯	1.2	5.02×10^{-3}	3.9×10^{-4}	0.25	400	1.87	15.65
					600	1.93	16.15
					800	1.99	16.66
					1000	2.05	17.16
氯 仿	1.5	4.88×10^{-3}	2.5×10^{-4}	0.17	400	2.38	10.54
					600	2.46	10.90
					800	2.54	11.25
					1000	2.61	11.56

表3 400°C下，各種直徑之液滴完全揮發所需之時間

	d_o (μm)	$\lambda \times 10^{-3}$ (cm^2/S)	t_f (sec)
乙 醇	50	20.76	0.0012
	250		0.03
	500		0.12
	750		0.271
	1000		0.48
丙 酮	50	25.40	0.001
	250		0.025
	500		0.098
	750		0.221
	1000		0.39
甲 苯	50	14.66	0.0017
	250		0.043
	500		0.17
	750		0.384
	1000		0.682
四氯乙烯	50	20.32	0.0011
	250		0.027
	500		0.107
	750		0.241
	1000		0.43
硝基苯	50	15.65	0.0016
	250		0.04
	500		0.16
	750		0.359
	1000		0.64
氯 仿	50	10.54	0.0024
	250		0.059
	500		0.237
	750		0.534
	1000		0.95

表4 1000°C下，各種直徑之液滴完全揮發所需之時間

	$d_o (\mu m)$	$\lambda \times 10^{-3} (cm^2/S)$	$t_f (sec)$
乙 醇	50	22.73	0.0011
	250		0.027
	500		0.11
	750		0.247
	1000		0.44
丙 酮	50	27.55	0.0009
	250		0.023
	500		0.09
	750		0.204
	1000		0.363
甲 苯	50	16.05	0.0016
	250		0.039
	500		0.156
	750		0.35
	1000		0.623
四氯乙烯	50	20.70	0.001
	250		0.026
	500		0.015
	750		0.237
	1000		0.422
硝基苯	50	17.16	0.0015
	250		0.036
	500		0.146
	750		0.328
	1000		0.583
氯 仿	50	11.56	0.0022
	250		0.054
	500		0.216
	750		0.478
	1000		0.865

表5 液滴大小隨時間之變化

λ (cm ² /s)	d_o (μ m)	0.1 (sec)	.0.3 (sec)	0.5 (sec)	0.7 (sec)
10×10^{-3} (cm ² /s)	50	0	0	0	0
	250	0	0	0	0
	500	387	0	0	0
	750	680	512	250	0
	1000	949	837	707	548
30×10^{-3} (cm ² /s)	50	0	0	0	0
	250	0	0	0	0
	500	0	0	0	0
	750	162	0	0	0
	1000	837	316	0	0

圖1與圖2則為各物種液滴直徑的平方對完全揮發時間之作圖，根據式(28)其為直線關係。由此關係我們知道在廢液焚化爐的設計中如何設計噴嘴使其能噴出小而均勻之液滴為極重要的課題，若有大的液滴存在將會大幅降低焚化效果。

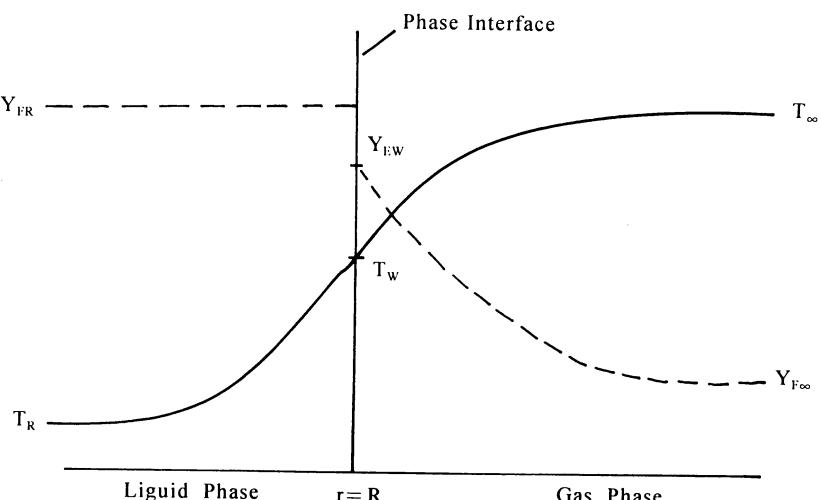


圖1 廢液受熱揮發之過程

98 有機廢液焚化之數學模擬

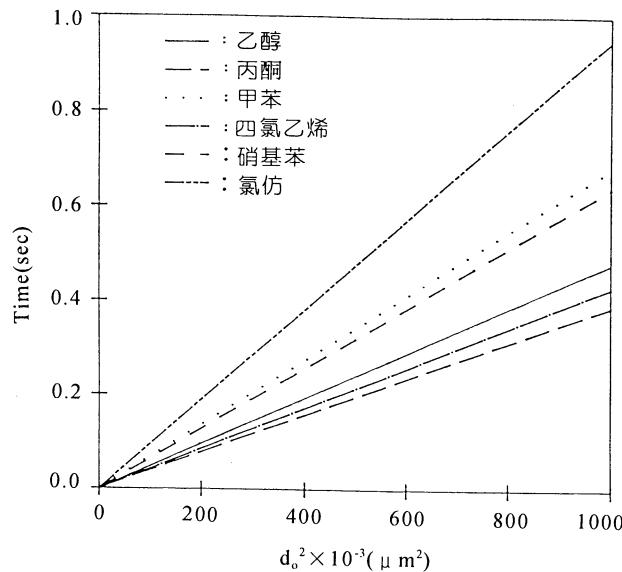


圖2 400°C各物質液滴完全揮發時間對 d_o^2 之圖形

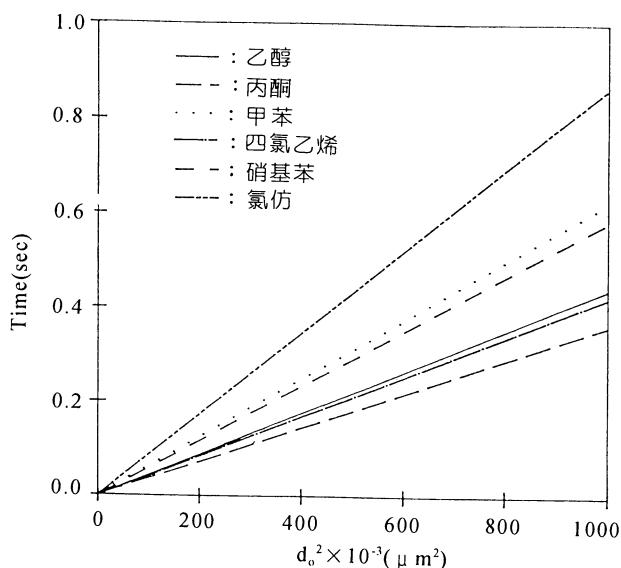


圖3 1000°C各物質液滴完全揮發時間對 d_o^2 之圖形

四、結論

本研究利用質能平衡為基礎導出一數學模式可計算廢液在焚化爐內揮發成氣體之時間與焚化速率，並可計算完全揮發之時間，其與液滴直徑平方成反比。利用此數學模式可計算任何物質在焚化爐內氯化效果與時間，為設計廢液焚化爐極重要之參數。

五、符號說明

ρ_g ：氣體密度， g/cm^3

D_F ：擴散係數， m^2/s

r ：液滴徑向長度， m

Y_F ：反應物質量分率

W''' ：單位體積的質量通量， kg/m^3

W'' ：質量通量， kg/m^2

K_g ：氣體平衡常數， $\text{cal}/\text{cm}\cdot\text{s}\cdot{}^\circ\text{C}$

C_g ：氣體比熱， $\text{cal}/\text{g}\cdot{}^\circ\text{C}$

T ：溫度， ${}^\circ\text{C}$

q'' ：單位體積的能量生成速率， w/m^3

Q ：熱量， cal/g

α_g ：熱擴散係數， m^2/s

Y_{FR} ：液滴內部之反應物質量分率

Y_{FW} ：液滴接觸面之反應物質量分率

b_T ：無因次溫度

b_D ：無因次質量分率

F ：反應物

P ：產物

ΔH ：燃燒熱

W_F''' ：液滴單位體積的質量通量， kg/m^3

W_o''' ：氧單位體積的質量通量， kg/m^3

W_p''' ：產物單位體積的質量通量， kg/m^3

R：液滴之初半徑， m

T_∞ ：焚化爐之溫度， $^\circ\text{C}$

Y_∞ ：焚化爐內反應物質量分率

b_{FT} 、 b_{FW} 、 $b_{F\infty}$ ：無因次參數

B： $b_{F\infty} - b_{FW}$

C_1 、 C_2 ：常數

Y_o ：氧的質量分率

$Y_{o\infty}$ ：焚化爐內氧的質量分率

Y_{ow} ：接觸面氧的質量分率

L：潛熱， cal/g

C_1 ：液體比熱， $\text{cal/g}\cdot{}^\circ\text{C}$

T_B ：沸點， $^\circ\text{C}$

T_w ：接觸面之溫度， $^\circ\text{C}$

d：液滴質徑， μm

d_o ：液滴初質徑， μm

t：時間， s

t_f ：液滴完全揮發時間， s

λ ：揮發常數， cm^2/s

f：反應物與氧的質量比例

參考文獻

- 1.許晉誠、陳郁文、葉明吉，「有機廢液之焚化」，中國環境工程學刊，第二卷第二期，第111~116頁(1992)。
- 2.Brunner, C.D "Incineration, Today's Hot Option for Wast Disposal", chemical Engineering, PP.96~106, October 1987.

- 3.蔡文立、洪文龍、羅鈞，「有機毒性物質焚化較率之評估」，工業污染防治，第34期，第200～213頁(1990)。
- 4.Kanury,A.M., "Introduction to Combustion Phenomena", Chapter 5, Gordon and Breach Science Publishers, 1975.
- 5.Kenneth, K.K., "Principles of Combustion", Chapter 2.
- 6.Spalding, D.B., "Combustion and Mass Transfer", Chapter 3d5. D.B. Spalding, 1979.
- 7.Bebernes, J., and Eberly, D., "Mathematical Problems from Combustion Theory", Chapter 2, Springer-Verlag, New York, 1989.